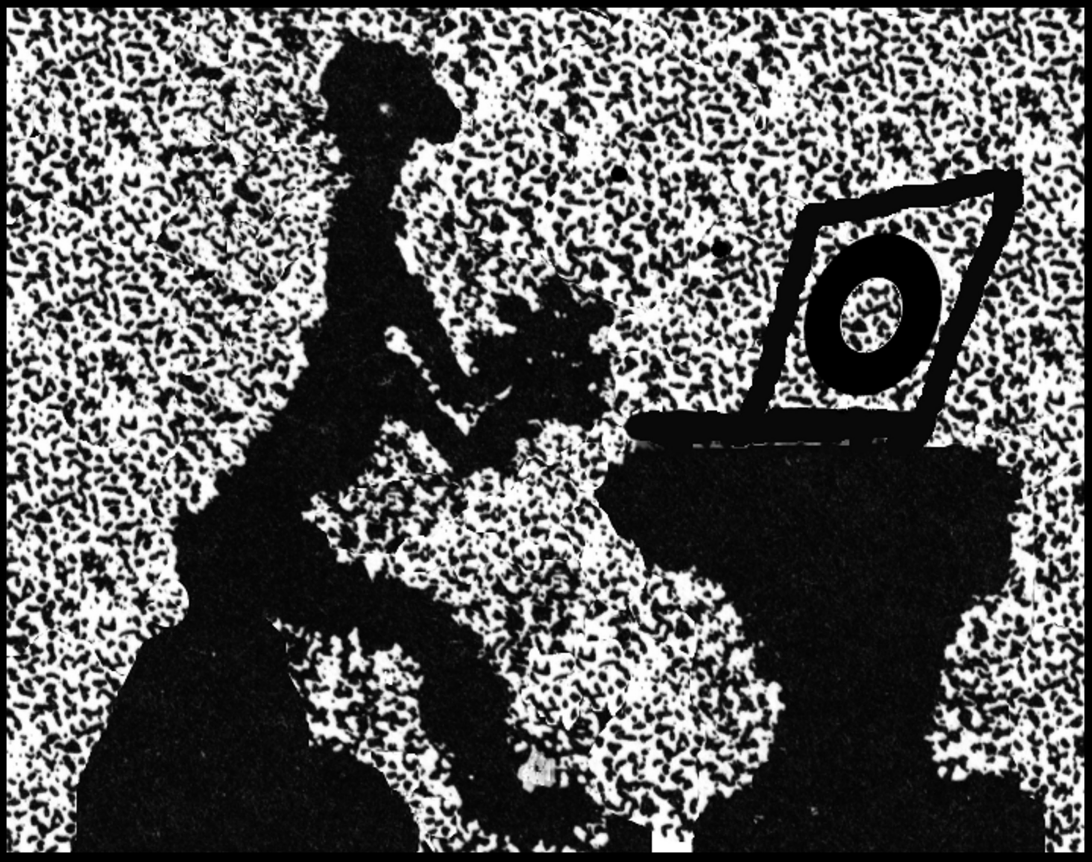
TIEDOTEHNIEKKU

antiekas XXI vuozisuale



Martti Penttonen

SAMIZDAT 2027

TIEDOTEHNIEKKU

antiekas XXI vuozisuale

SAMIZDAT
2027

Tiedotehniekku antiekas XXI vuozisuale

Martti Penttonen

SAMIZDAT 2027
ISBN 978-952-?????-?-?

Paino: ????? Oy

Syväindö

1 Algoritman pitky histourii **5**
- 1.1 Babylounii (3000–500 eaa) 5
- 1.2 Pythagoras (570-495 eaa) 7
- 1.3 Eukleides (300 ± 30 eaa) 8
- 1.4 Diofantos (200–284 jaa) 9
- 1.5 Brahmagupta (598-688 jaa) Indii 10
- 1.6 Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780–850 jaa) 11
- Bibliogruafii 13

2 Matematiekku tulou Europpah **15**
- 2.1 Fibonacci (≈ 1170–1250) 16
- 2.2 Anualizan algu 17
- 2.3 Isaac Newton da Gottfied Leibniz 19
- 2.4 Matematiekku 1700-luvul 20
- 2.5 1800-luvul kohti kriizissua 22
- 2.6 Paradoksat 23
- Bibliogruafii 25

3 Fundamentu sorduu da lujittuu **27**
- 3.1 Matematiekan “Zeitenwende” 27
- 3.2 Risturiijattomus, ebätävvellizys 27
- 3.3 Čotaittavus, kompleksizus 27
- Bibliogruafii 27

4 Tiedokonehen roindu **29**
- 4.1 Mehuanine tiedokoneh, analougine tiedokoneh 29
- 4.2 Digitualine tiedokoneh: Butkitiedokoneh, mikropiirit . . . 29
- 4.3 Kvantutiedokoneh 29

5 Internettu **31**
5.1 Telefon, modemu, sähköpoštu 31
5.2 Internetan roindu 31

6 SoMe: Rahvas puuttuu verkoh **33**
6.1 PC – popul'arnoi tiedokoneh 33
6.2 kodisivut, ečč̈okoneh 33
6.3 Some da monopolat; suat palveluloi ilmai = sinuu myvväh 33

7 Tegoäly – pahoiellendetty huaveh **35**
7.1 Tegoäly – hajuu vai kuarua? 35
7.2 Laskin, tiedokoneh, datakeskukset 35
7.3 Tiijon ečč̈o tiedokannois 35
7.4 Lougielline piättely: 5. sugupolvi, azientundijusistiemat . 35
7.5 Luonnollizen kielen ellendämine 35
7.6 Konehoppimine 35
7.7 Äly vai viizahus? 35

8 Tiedokonehen tulii aigu **37**
8.1 Supertiedokoneh 37
8.2 Rinnakkaistiedokoneh 37
8.3 Kvantutiedokoneh 37
8.4 ??? 37

9 Loppusanat **39**
9.1 Elä usko kaikkie, midä kylil paistah? 39

Algusanat

Ajatuksen kirjan kirjuttamizeh nostatti abei mieli sit, mintäh rahvas ottau käyttöh tiijollizen libo muun ammattisanan, kudaman merkičysty ei iče ellendä. Konzu tiedokoneh tuli rahvahan kodih, tiedotehniekan sanat ruvettih suamah merkičyksii, kudamat ei vastata niilöin endizii merkičyksii. Moizii sanoi ollah ezimerkikse *algoritmu*, *koodu* da *tegoäly*. Algoritmu tovengi ei tarkoita varrastamistu libo muudu rikollistu toimindua.

Sanoin varrastus on probliemu sentäh ku se sumendau kieldy. Kuuliju ei voi tiediä, midä sanoju tarkoittau. Sanoin oigein käyttäi suau varata pahoiellendysty. Parembi on ei ellendiä migu ellendiä pahoin. Ga pahahäi segi on, ku paginah ličatah ellendämätöindy sanua. Se on kui lykätä lapsi vedeh keskel järvie – ket opastutah uidamah, jiähäh hengih.

Jälgiaijal tiedotehniekku on ruttoh harpannuh pitkin harpavuksin. Inženieruviizahuon mugah tehnolougizien keksindölöin käyttöhottuo allukse äijäl vastustetah, hos alan maltajien mieles niilöis olis äijäl hyödyö. Hyppy tundemattomah varaittau da muutoksis ainos yhtet voitetah, toizet menetetäh. Ga sit vuottamattah vastustus kuihtuu, muutokset hyväksytäh totualizesti da kritiekittäh, eigo aziellistugi kritiekkiä oteta huomavoh. Moine tehnolougien muutos tapahtui 1800-luvul. Sama tapahtui da tapahtuu tiedotehniekanke.

Opin täs kniigazes sellittiä tiedotehniekan histouriellistu kehitysty da muutoksii täs aijas. Šeikuičemmo algoritmoi, tiedokonehen toimindupricippoi, kommunikačiedu da mahtollizii kehityksen suundii.

Lugu 1

Algoritman pitky histourii

Nygöi, kolmanden vuozituhanden enzimäzen vuozisuan toizel nelländeksel suammo kuulta paginua, kus “algoritmu” tarkoittau “muanitustu”, “petostu” libo “varrastandua”. Yhtelläh sana “algoritmu” otettih käyttöh jo 1200 vuottu tuaksepäi da algoritmoi on käytetty kai histourielline aigu da ennegi. Algoritmi tarkoittau ohjehii mintahto tehtävän šuorittamizeh, vastavuksen suandah libo tuloksien tuottamizeh. Ezimerkikse kivikavven mužikal kesti kodvan aigua kehittiä algoritmu kivikirvehen luajindah. Pidi opastuo löydämäh hyvä kivi, opastuo hivomah da kiinittämäh varzi. Eigo abinoin nero murdua oriehan kuori pergamal kivie ole algoritmu. Varoilinnutgi ollah opastuttu luadimah puikko, kudamal kaivua herkuloi puun onnes libo kallivon hallelmukses, algoritmu segi. Kirjutettuo tieduo čotaičendualgoritmois on monen nellän tuhanden vuvven aijal Babylonies da sen jälgeh Grecies, Egiptas, Indies, Kitais, Amerikasgi da kus vai on eläjiä, ollougo tiedo siirdynyh libo roinnuh toizis rippumattah.

1.1 Babylounii (3000–500 eaa)

Ongo kummu, kui äijy Babylonien tiedäjät oldih iel toizii matematiekas? Mesopotamies, “virdoinvälis” oli bohattujii linnoi, kuduat vuorotellen nostih valdah suurembalgi alovehel. Suves oldih Akkadien da Sumerien valdivot, keskel Babylounii, pohjazes Assyyrii, da vie loitombannu pohjazes, Anatoulies, Heettilöin mua. Nenga 3000 eaa, libo aijembigi, sumerilazet piirrettih savitaulule kirjanpidomerkindöi, se jo vihjai kirjutusmaltoh. Linnuvaldivot vuorotellen vägevyttih. Akkadien valdu v. 2334 eaa yletti Persien lahtes Välimereh suate. Ga ezmäzele vuozituhan-

dele eaa tulles Mesopotamii rubei heikkenemäh – sentähgo ku viljelymua väzyi, ilmasto muuttui vai mintäh. Persien koroli Kyyros miehitti Babylounien 539 eaa, Makedounien Aleksander 333 eaa.

2000-luvun eaa algupuolisko oli Sumerilas-Akkadilas-Babylonilazen kult'uuran hegemounien aigua. Hyö maltettih kirjuttua da astronoumies da matematiekas hyö oldih tuhat vuottu iel toizii. Nämis maltolois oli hyödyy muaruadoloin ajoitukses da kastelukanualoin suunnittelus. Heijän lugusistiemu oli meijän kymmensistieman jyttyine, paiči heijän sistiemas kandu oli 60, ei 10. Musto heijän sistiemas eläy vie meijängi čuasulois; minuuttu on 60 sekundua, čuassu 60 minuuttua.



Kuva 1.1: Mesopotamien kul'tuurat [15].

Nellikönjuuren čötaiččemine ei ole jogahizen taido, eigo nellituhattu vuottu tagaperin olluh laskindu. Ga oli algortimu. Verbualizesti se menöy nenga [13]:

1. Olgah juurrettavu L da juurikandiduattu J. (J $\neq$ L, ezim. L/2).
2. Laske keskiarvo lugulois J da L/J. Olgah se uuzi J
3. Ku J muutui äijän, siirry rivile 2. Ku ei, lope.

Ezimerki. Čotaiče luvun 2 nellikönjuuri.
$L = 2, J = 1.5 \Rightarrow J = (1.5 + (2/1.5)/2) = 1.41667 \Rightarrow J = 1.41421 \Rightarrow \ldots$

Kirjutammo algoritman Python ohjelmakse:

```
#!/usr/bin/python
import sys
L=float(sys.argv[1])
J=L/2.0; K=J+1
while abs(K-J)>0.000001:
  K=J
  J=(K+(L/J))/2.0
  print J
```

Mondugo kierrostu tarvitah čotaiččemah $\sqrt{13}$ miljoinasvuitin tarkuol?

```
./sqrt 13
4.25
3.65441176471
3.60587791455
3.60555129026
3.60555127546
```

Ei mondu!
A kuibo hyö voidih keksie rivin 2 siändö?. Piättely menöy täh tabah [16]:
Oletammo, ku meijän pidäs ečči luvun S nellikönjuuri da meil on jo arbavus x. Kohendamal arbavustu luvul e pidäs olla

$$(x+e)^2 = x^2 + 2ex + e^2 = S \Rightarrow$$
$$e = \frac{S-x^2}{2x+e} \approx \frac{S-x^2}{2x} \Rightarrow$$
$$x + e = \frac{S+x^2}{2x} = \frac{1}{2}(\frac{S}{x} + x) = \text{uuzi } x$$

Nengahäi iel kohendimmogi juurikandiduattua da hyvin meni.

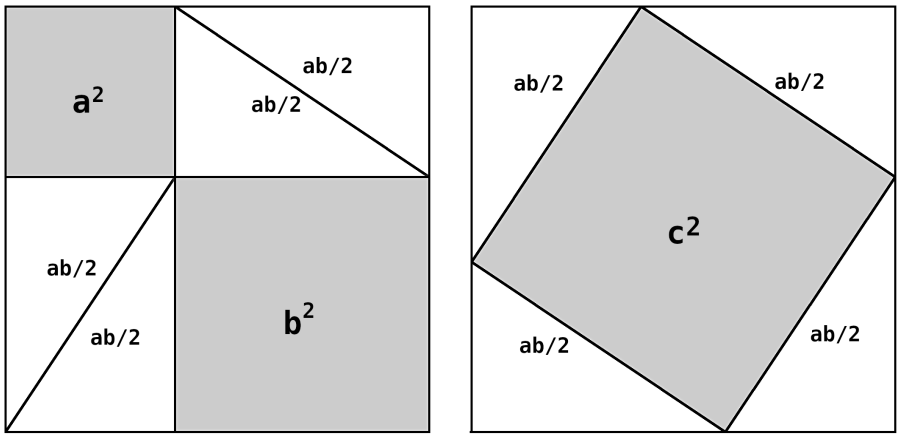
1.2 Pythagoras (570-495 eaa)

Suuri grecielaine filosofu, astronomu da matematikku jälgimäzel vuozituhandel eaa oli **Samoksen Pythagoras** (570–495 eaa) [14]. Filosoufies häi oli enzimäine, kudai nimitti iččiedäh "viizahuon ystäväkse" ts. filosofakse. Astronoumies häi ellendi, ku mua on miäčči da tiedi, ku huondestiähti da ehtytiähti ollah sama Venus. Matematiekas nygöigi

školniekat tundietah Pythagoruan teoreman suorakulmazen kolmikon hypotenuzan da jalgoin nellikkölöis:

Pythagoruan teorema. *Suorukulmazes kolmikos hypotenuzan nellikkö on jalgoin nellikkölöin summu.*

Tovestus. Kačo kuvua, "katalyzuatorannu" nelli $ab/2$ kolmikkuo.



1.3 Eukleides (300 ± 30 eaa)

Enzimäine *algoritmu*, kudamas škol'niekku libo matematiekan opastui kuulou, on tovennägözesti *Eukleidien algoritmu*, kudamanke voi čotaija luonnollizien[1] luguloin *suuriman yhtehizen jagajan.* **Aleksandrien Eukleides** ($\sim$ 330– 270 eaa) [5] oli grecieläine matematikku. Sanallizesti: Vähennä suurembas pienembi, kuni yhtäsuuret.

Eukleidien algoritmu

function syj(m,n)
  while $m \neq n$
    if $m > n$: $m = m - n$
    else $n = n - m$
  return m

[1] 0,1,2,3,... ollah *luonnollizet* luvut da ...-2,-1,0,1,2,... ollah *ynnällizet* luvut

Ezimerkikse luguloin 18 da 12 syj:
syj(18,12)=syj(6,12)=syj(6,6)=6.
Algoritman vuoh sežo voi čotaija kahten luvun m da n *pienimän yhtehizen monikerran* pym(m,n):
pym(m,n)=$(m \times n)$/syj(m,n)
Ezimerkikse
pym(18,12) = (18×12)/syj(18,12) = 216/6 = 36.

Hos Eukleidien roindu- da kuolenduvuozie ei tietä, häi jätti suuren jallanjällen tiijollizen tiijon histourieh. 13-ozahizeh kirjusarjah *Algehet* (greciekse *Stoikheia*, latinakse *Elementa*) häi keräi omii da toizien matemuattizie maltoloi. Antiekkuaijan lopul kirjat kiännettih latinakse, keskiaijal enne vuottu 1000 arabiekse da jeyreikse da sen jälgeh europpalazile kielile. Kirjupainon keksindän jälgeh sit luajittih ei vähembi tuhattu painostu da käytettih školakirjoinnu 1900-luvule suate.

Kuuzi enzimästy kirjua käzitelläh tazogeometrijua, Pythagoraksen teoremu löydyy enzimäzes. Kirjois seiččemendes kymmenendeh tiemannu on luguteorii, Eukleidien algoritmu on kirjas seiččemen. Yheksändes häi tovestau, ku algululuguloi (jaottomii luguloi) on eäretöi lugumiäry. Kymmenendes keksitäh irracionualizet luvut, kudamii ei voi ezittiä ynnällizien luguloin ozamiärinny. Yhtestostu edehpäi kirjois tiemannu on monidimensionualine geometrii.

Nygyaijas kaččojen on interesnoi huomata, ku Eukleides luvettelou oletukset (*aksiomat*) kudamispäi konstruktiivizil piätöksil johtetah tulokset. Tämä on kui juohatus David Hilbertan huaveheh [11], kudaman tavoittehennu oli mehanizuija matematiekku, johtua kai teoriemat soveldamal piättelysiändölöi aksiomoih. Tämä huaveh ozutettih mahtottomakse [9].

1.4 Diofantos (200–284 jaa)

Diofantoksen yhtälölöih emmo syvembäldi puutu täs kirjas, a net liitytäh syj da pym algoritmoih da čotaittavuon teorieh. Nimenandai **Aleksandrian Diofantos** (200–284 jaa) oli matematikku, kudaman ruadoh viegi puaksuh vihjatah, a Diofantoksen yhtälölöi opittih reššie jo Pythagoruan aigah. *Diofantoksen yhtälö* [4] on muoduo $p_1 = p_2$, mis p_1 da p_2 ollah *polinoumiloi* libo *termilöin* summii, da termit ollah muoduo ynnälline lugu kerdua muuttujan potensu.

Lineuarine Diofantoksen yhtälö, muoduo $ax + by = c$ reššivyy aiga helposti syj:n vuoh. Pythagoruan kolmikkoh liittyjäl yhtälöl $x^2 + y^2 = z^2$ on eärettömän mondu vastavustu (rešeniedy), suorukulmastu kolmikkuo. A kaikil yhtälölöil ei ole rešeniedy. Hätken duumaittih, ku yhtälöl $x^4 + y^4 + z^4 = u^4$ ei ole rešeniedy, kuni tiedokonehel moine lövvettih: $95800^4 + 217519^4 + 414560^4 = 422481^4$.

Nygyaijannu v.1970 piiteriläine Juri Matijaševic tovesti [12], ku ei ole mahtollistu luadie algoritmie, kudamal vois reššie kai Diofantoksen yhtälöt, ei nygöi eigo nikonzu. Täh pädöy kopiruija anekdottu kahtes kuulužas luguteoretikos, G.H. Hardys da S. Ramanujanas [10]. Ramanujan voimatui, Hardy ajoi taksil händy tervehtimäh, pertih tulduu häi sanoi: *Tulin taksil noumer 1729, aiga mielenkiinnotoi noumer*. Ramanujan kerras plakkai: *Ei Hardy, sehäi on ylen interesnoi noumer – se on pienin lugu, kudaman voi ezittiä kahtel taval kahten kuubikan tulonnu!* ($[9^3 + 10^3$ da $12^3 + 1^3]$)

1.5 Brahmagupta (598-688 jaa) Indii

Kitais da Indiesgi maltettih matematiekkua da erähis kohtis oldih ielgi toizii, nimenomah desimualizes noumersistiemas. Lugusistiemu vastai nygösty, hos noumerat oldih erinägözet da allukse 0:l ei olluh omua glyyfii se ozuttih čökkehel libo loukol. Luguloi voidih kirjuttua oigiel hurahpäigi. Enzimäzii desimualusistieman da 0:n käyttäjii oli indieläine astronoumumatematikku Brahmagupta 600-luvul. Häi oli toinah enzimäine, kudai rešši toizen astien yhtälön meijän jyttyöh, hos ei meijän merkindytavoin. Yhtälön $ax^2 + bx = c$ tuloksen häi ezitti täh tabah:

> Vähennä keskimäine lugu (b) nellikönjuures, kus on nellinkerdaine tulo ezmäzes (a) da jälgimäzes luvus (c), lizätty keskimäzen luvun (b) nelliköl, da juattu kai tämä kaksinkerdazel enzimäzel luvul (a). Tulos on tundematoi (x).

(Hänen teksas ei olluh kerdoimii a, b, c salbavomerkilöis.)

Myöhäi kirjuttazimmo, ku yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ vastavus on

$$x = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a}$$

Tämä oli vaiku yksi ezimerki hänen ahkeran tutkijan ruavos [2].

1.6 Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780–850 jaa)

On yksi syy ezitellä täs kirjas al-Khwarizmi – hänespäi **algoritmu** sai nimen. Nimes "al" vastuau elatiivu-sijua. Hänen kodirandu, Khwarazman linnu, on nenga 600 km Kaspienmeres päivännouzuh, lähäl Amu Darja -jogie. Sih aigah kieli kodilinnas onnuako oli iran sugukieli da uskondo zarathustralaine. Nygöi linnan nimi on Khiva da se kuuluu Uzbekinstanah. Poštumarku al-Khwarizmas jullattih v.1983, konzu Uzbekistan kuului Nevvostoliittoh.



Kuva 1.2: 6.9.1983

Ei ole tieduo, kus al-Khwarizmi eli da opastui nuorusvuvvet. Islamilazes muailmas v. 750 valdah noussuh Abbasidin kalifuattu perusti Bagdadan linnan v. 862 da vuozisuan lopul *Viizahuon taloin*. Sinne kučuttih parahii tiedäjii. Toinah kodirannal Muhammadua nevvottih: "Go west, young man!". Häi muutti Bagdadah, 1700 km lounahah, Viizahuon taloh, kus häi ruadoigi parahat vuvvet 813-833. Sie häi omaksui islaman uskon da kirjutti omat tutkimukset arabikse.

Kui pädevy tiedomies al-Kharizmi oli, mielet jyrkästi vaihtellah, kč. ezim. [8, 17]. Ken nimidä ei rua, händy ei mainita, ken äijy ruadau, händy kiitetäh da čakatah. Häi oli ahker.

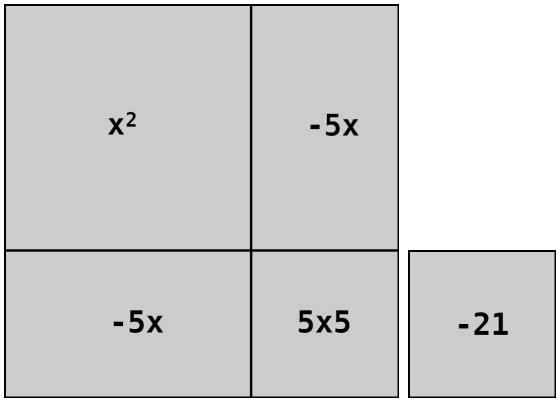
Midäbo al-Khwarizmi ruadoi? Häi äijän tiedi Persien, Indien, Babylounien da Grecien kul'tuuroin suavutuksii astronoumies, geogruafies da matematiekas, da kehitti da välitti nengomua tieduo edehpäi.

Sih aigah ei olluh tarkua da kompaktua matematiekan kieldy, kudamua nygöi školaopastuksesgi käytetäh. Eigo ni desimualine notacii olluh standardu luguloin kirjuttamizeh. Sentäh algoritmatgi oldih sellityksii, kudamis oli pahoiellendyksen varavuo. Näyttehekse al-Khwarizmin algoritmois otammo hänen algoritman $x^2 + ax = b$ muodozen toizen astien yhtälön reššindäh.

Algoritmu. Rešši yhtälö $x^2 + ax = b$, kus a da b ynnällizii luguloi.

1. Piirrä $x \times x$ nellikkö (x on tundematoi lugu). Nellikön sydämeh kirjuta x^2.
2. Piirrä nellikön oigiele puolele x:n korguine kaidaine suorukulmikko. Suorukulmikon sydämeh kirjuta $ax/2$ (yhtälön a)
3. Piirrä nellikön alapuolele x:n levyine kaidaine suorukulmikko. Suorukulmikon sydämeh kirjuta $ax/2$ (yhtälön a)
4. Oigieh alačuppuh kirjuta lugu $a/2 \times a/2$.
5. Kirjuta bumuagale yhtälö muvvos $(x + a/2)^2 = b + (a/2)^2$
6. Opi löydiä luvun $b + (a/2)^2$ (ligimiäräine) nellikönjuuri, ts. lugu c kudamale $c^2 \approx b + (a/2)^2$
7. Yhtälön (ligimiäräine) rešeenii on $c - a$

Ezimerki Rešši yhtälö $x^2 - 10x = -21$. Piirrämmö ezmäi x^2 nellikön. Kaidazien nellikulmikkoloin sydämeh kirjutetah $(-\frac{10}{2} = -5x$. Oigien alačupun nellikköh pidäy kirjuttua $(-5 \times -5 = 25$ da suuren juaššiekan oigiele puolele pieni juaššiekku luvunke -21. ližätä yhtälön oigiele puolele 25.



Kuva 1.3: Yhtälön reššindy “tävvendämäl” [3]

Nenga yhtälö suau muvvon $(x - 5)^2 = -21 + 25 = 4$. Ku $4 = (\pm 2)^2$. Ottamal nellikönjuuren mollembis puolis, suammo $x - 5? \pm 2$. Nenga yhtälöl on rešeeniet $5+2 = 7$ da $5-2 = 3$. $x = 5+2 = 7$ libo $x = 5-2 = 3$.

Al-Khwarizmi ei jättänyh jälgie vaiku sanah algoritmu. Iellizes ezimerkis ezitelty “tävvendämine” arabiekse oli “al-jabl”, kudai sit kehittyi toizis kielis muodoh *algebra*.

Bibliogruafii

[1] *Babylonia* https://en.wikipedia.org/wiki/Babylonia

[2] *Brahmagupta.* https://en.wikipedia.org/wiki/Brahmagupta

[3] *Al-Khwarizmi's Completing the Square Activity* https://bulldog2.redlands.edu/fac/beery/math115/m115_activ_complsq.htm

[4] *Diophantine equation* https://en.wikipedia.org/wiki/Diophantine_equation

[5] *Euclid - Wikipedia* https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid

[6] *Euclidean algorithm - Wikipedia* https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_algorithm

[7] *Euclid's Elements* https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid's_Elements

[8] Michael Gorodin. https://davidson.org.il/read-experience/en/sciencehistory-en/genius-who-invented-algebra-and-algorithm/

[9] Kurt Gödel. *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I*, in Solomon Feferman, ed., 1986. Kurt Gödel Collected works, Vol. I. Oxford University Press, pp. 144–195. 1931.

[10] G.H. Hardy. *Matemaatikon apologia.* Terra Cognita, 1997. Alguperäine: A Mathematician's apology. Cambridge University Press, 1940.

[11] *Hilbert's program* https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert's_program

[12] Yu. Matiyasevich. *Hilbert's Tenth Problem.* MIT Press 1993.

[13] *Ancient methods of calculating square roots* https://multiplecalculator.com/ancient-methods-of-calculating-square-roots.html

[14] *Pythagoras* https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras

[15] Sarva – Gustafson – Södergård. *Historiallinen koulukartasto.* WSOY 1961.

[16] *Square root algorithms.* https://en.wikipedia.org/wiki/square_root_algorithms

[17] *al-Khwarizmi didn't in any way originate invent or create the algorithm* https://thonyc.wordpress.com/2026/05/06/al-khwarizmi-didnt-in-any-way-originate-invent-or-create-the-algorithm/

Lugu 2

Matematiekku tulou Europpah

Iellizen luvun tiemannu oli matematiekan da algoritmoin kehitys ammuzis aijois enzimäzen vuozituhanden jaa loppuh. On lövvetty vihjehii, ku neandertalin ihmizet 40000 libo 20000 vuottu eaa toinah tunnustettih alguluguloi. Aiga varmua on, ku Mesopotamies 3000 v. eaa muanviljelijät piettih kirjua omis biznesois geometrizil kuvil da noumeromerkindöil. Babylonies vv. 1800-500 eaa tiedomiehien matematiekan da algoritmoin malto oli korgiembal tazol migu enimil rahvahil nygöi [12].

A mintähbo tiijollizien harpavuksien välil ollah pitkät kavvet, jo keksityt nerot muga kui unohtetah? Toinah luonnon väit – vulkuanat, muansärizendät, kuivus, tulvat, vilu kovendettih eländän ehtoloi da tiedäjilgi vačču oli piädy tärgiembi? Oli hyökkävys- da puolistusvoinii da muanozan levevyzii kanzoin migracieloi. Passibo kirjutustaijon, kaikkie ei tarvinnuh algua tyhjäs da tieduo ečittih loittozisgi mualois. Mesopotamies tiedo leviey Egiptah da Grecies, Grecies Egiptah da Romah, latinas rodieu tiedehen kieli. Konzu suuret kanzoin migraciet kuatah Roman, antiekan kirjutukset säilytäh Siiries, Persies, Indiesgi, da enzimäzen vuozituhanden lopul tullah Abbasidien kalifan kauti Europpah.

Vuvven 1000 jaa aigoih Europpu ei olluh tiijon keskus, a hil'l'akkazeh segasorron jälgeh valdivorakendeh rubei azettumah. Tiettäväine imperuattoran ammattitaudi on koitella vägilöi da voittua susiedat, a sen jälgeh ku hyökkiäjät da puolistajat ollah tarbehekse valatettu verdy, elaigu voi jatkuo uvvele kierroksele. Hyväl imperuattoral oli vägie pidiä joudavii tutkijoi, kui nygöi rahvas pidäy kažii da koirua. Toiči joudavan elätin hörölöis voi roita midätahto hyödyy ižändäle, hyväh libo pahah.

Toizen vuozituhanden ezmäzel puoliskol Europas onnuako vähä rodih suurii keksindölöi. Joudilahal kluasal oli tärgiembiä ruaduo, ristupoho-

dat, tiägi pohjazes. Leonardo Pisalaine, alias Fibonacci oli valonkandai, kudai toi da kehitti indielästy da arabielastu matematiekan neruo Europpah. Vuozituhanden tozel puolistol vauhti kiihtyi, nenga ku pidi ruveta kyzelemäh fundamentoi.

2.1 Fibonacci (≈ 1170–1250)

Leonardo Bonacci, alias Leonardo de Pisa, alias Fibonacci rodih pereheh, kudaman ruado liittyi ulgomuan kauppah [4]. Tuatan ammatin vuoh Leonardo kävyi školangi ulgomual, Algerien puolel da sen jälgehgi häi kierdeli ymbäri Välimerdy da ulgomuan nerotgi häneh tartuttih. Häi julgai kolme kirjua, laskendukirju *Liber Abaci*, geometrien opastundukirju *Practica Geometriae*, da tiedokirju *Liber Quadratorum*, tiedokirju, kudaman häi omisti Roma-Germuanilazen carstvon cuarile Federico II:le (libo Friedrich II:le).



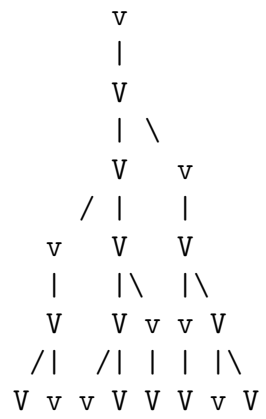
Kuva 2.1: Fibonaccin sponsoru

Libre Abacis otettih käyttöh Indies da Arabiespäi suadu nygözenjyttyine 10-kandaine lugusistiemu, kudai roomalazih luguloih verraten äijäl kebjendi kirjanpidäjien ruaduo. Samas kirjas Fibonačči sežo ezitti da rešši kyzymyksen krouliekoin liženemizen vauhtis:

Kyzymys miäriteltih nenga.
(i) Aijoin allus oli yksi vastevai roinnuh tyttökrouliekku da poigukrouliekku. (ii) Kuukavven igähizenny kazvetah ruavahikse da pariuvutah.
(iii) Kerran kuus ruavahat paritellah. Kuun peräs muamokrouliekku suau kaksiezet, tytön da poijan.
(iv) Krouliekat nikonzu ei kuolta. Kui krouliekkulugu kazvau?

Kuvas `v` (pienet korvat) kuvuau vaste roinnuttu krouliekkupuarua, `V` (suuret korvat) kuvuau ruavastu krouliekkupuarua. Nenga populacii kaz-

vau:



Nenga kuukauzi kuukavvel puarulugu lizenöy nenga: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... Kuibo kazvuu voi sellittiä matemuattizesti?

Olgah kuun i puarulugu $f(i)$. Nenga $f(1) = 1$, $f(2) = 1$, $f(3) = 2$, $f(4) = 3$, ... Kierroksen i puarulugu rippuu kierroksien $i-1$ da $i-2$ täh tabah:
- Kai kierroksen $i-1$ krouliekat da vain hyö ollah kierroksen i ruavahii.
- Kierroksen i nuoret ollah kierroksen $i-2$ $f(i-2)$ puaran bunukkoi.
Nenga $f(i) = f(i-1) + f(i-2)$.
Nenga čotaittuloi luguloinnygöi sanotah *Fibonaccin luguloikse*, hos Indies tämä lugujono tundiettih jo kuvvendel vuozisual. Liber Quadratorumas, "Nellikkökirjas" sellitetäh Diofantoksen yhtälölöi, mm. *Brahmagupta-Fibonacci identitiettua*,

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac \pm bd)^2 + (ad \mp bc)^2$$

Tämä yhtälö sežo tundietah *Diofantoksen identitietannu* [2].

2.2 Anualizan algu

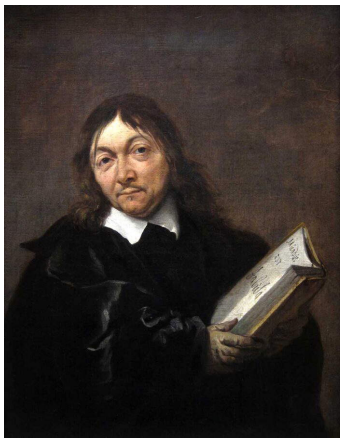
Aigua vuvves 1500 edehpäi on tavannu nimittiä *Uvvekse aijakse*. Silloi oli jo kirjupaino keksitty, oli yliopistot da professorat, kudamil tutkimus oli ammatti. Se oli ylen suuri muutos tiedehtiijon levitykses. Matematiekan kehitysty avvutti segi, ku vähitellen sovittih matemuattizis symbolilois da niilöin käytändäs.

René Descartes (1596–1650) [5] oli francielaine tiedomies, kudaman nimen nygöigi akademine rahvas mustau.

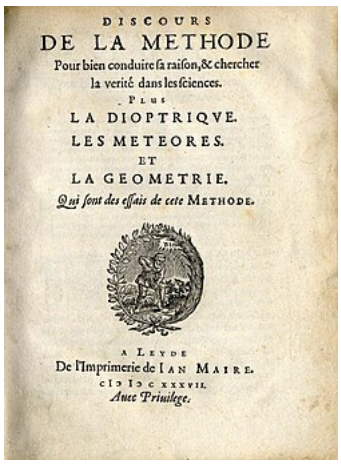
Puaksuh paginas kuulou kontekstas irroitetut, latinakse kiännetyt Descartesan sanat “Cogito, ergo sum” (algujah “Je pense, puis je suis” – “Ajattelen, olen olemas”) hänen filosoufizes principas.

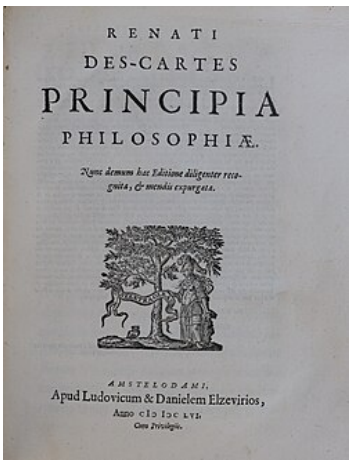
Descartes kergei moneh eloiaijannu. Nuorennu 1618-1920 häi oli kaksi vuottu palkusaldatannu, ga jo sinny aijannu häi jo rubei kehittelemäh ajatuksii, mis händy tundietah. Hänen tutkimustiemoi oldih filosoufii, fiziekku, meteorolougii da matematiekku.

Matematiekas Descartes tundietah *analiittizes geometries*, kudai yhtistäy algebran da geometrien, [7]. Häi sežo otti käyttöh koordinuatiston. Nenga voi ezimerkikse paista kolmikos, kudaman kärret ollah (1.3,7), (-5,6) da (0,-2). Descartes sežo otti tavakse käyttiä kirjaimii *a, b, c, . . .* konstantoin niminny da kirjaimii *x, y, z, . . .* muuttujien niminny.



Kuva 2.2: René Descartes


DISCOURS
DE LA METHODE
Pour bien conduire sa raison, & chercher la verité dans les sciences.
PLUS
LA DIOPTRIQVE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.
Qui sont des essais de cette METHODE.
A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIↃ IↃ C XXXVII.
Avec Privilege.


RENATI
DES-CARTES
PRINCIPIA
PHILOSOPHIÆ.
Nunc demum hac Editione diligenter recognita, & mendis expurgata.
AMSTELODAMI,
Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios,
Anno CIↃ IↃC LVI.
Cum Privilegio.

Kuva 2.3: Kaksi Descartesan piätevostu, [6] da [8].

Sygyzyl 1649 häi julgai kirjan “Les Passions de l’âme” da omisti sen Böömin pricesale. Sitbo Ruočin korolevna Kristina kučui händy yksixtys-

opastajakse Stokholmah. Ga pohjaine talvi oli kylmy, Descartes voimatui da kuoli 15.1.1650.

2.3 Isaac Newton da Gottfied Leibniz



Kuva 2.4: Newton da Leibniz Oxfordan yliopiston pihal

Isaac Newton (1643–1727) Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) on täs sijoitettu yhten rubriekan ual sentäh ku heijän karjerat mustoitetah toine tostu da elaijan loppupuolel hyö kačkerasti torevuttih suures keksindös – differentiali- da integrualilaskendas libo anualizas.

Ga jälgiviizahannu voi sanuo, ku eihäi hyö tyhjäs lähtietty. Hyö elettih samas aijas, heil oli yhtehine tiedoperindö da hyö tiettih toine toizengi ruavos. Lähimbii ielkävijöi oldih mm. René Descartes [5] Blaise Pascal [17]. Leibniz kuuli Newtonan ruavos, a julgai enne händy. Newton kirjutti derivuatan čökkehel muuttujan piäl $\dot{y}$, Leibniz kirjutti derivuatan dy/dx da integrualan $\int f dx$. Newtonal simbolua integrualan ozuttamizeh ei olluh (paiči $\ddot{y}$).

Toinah matematiekkuagi suurembi Newtonan suavutus tiedehen histouries oli fiziekan puolel, gravitacien da liikkehen zakonoin sellittämine da sidä kauti astronoumizien ilmivölöin sellittämine. Sihbo häi tarviččigi uuttu "infinitesimualistu" matematiekkua. Jo ammuzien aigoin astronoumat luajittih planiettoin aigulistoi, ga eihäi planietat eistytä taivahal

harpavuksin. Ga midäbo se *infinitesimualine* tarkoittau. Ku otat mittahto kaksi racionualistu luguu, ezim. 1/miljon da 1/(miljon+1), välih jiäy iäretön miäry racionualizii luguloi.

Leibnizalgi oli differentiali- da integrualilaskendan ližäkse monii tiijollizii intresoi. Häi suunnitteli da luadi nel'l'än operacien $+, -, \times, /$ laskukonehen. Häi keksi binuariluvut da niilöin operaciet, kuduat tuldih aktualnoikse 1900-luvul. Bertrand Russellan mugah Leibniz oli lougiekan tutkimukses 200 vuottu iel toizii.

Piälmainittuloin läbimurdotutkimuksien lizäkse mollembat oldih "yleisnerot". Matematiekan, fiziekan da filosoufien lizäkse hyö tutkittih zakonua, teologiedu da moiziigi "tiedehii" kui alhemii.

2.4 Matematiekku 1700-luvul

Aijembih vuozisadoi verraten 1700-luvul matematiekan tutkimus äijän leveni da syveni. Oli yliopistoloi, kirjallizuttu da pädevii opastajii, kus tutkiju sai alguvauhtin. 1800-luvul vauhti ielleh lizeni eigo tavalline talluaju ni ellendänyh, mi oli kyzymys da midä vastavus tarkoitti. Hyvä poikkevus nengomas kehitykses oli *Königsbergin seiččemän sillan probliemu.* [1] Linnan läbi juoksou Pregel-joki, kus oli linnan kohtal kaksi suardu da seiččemen sildua, kačo kuvua 2.5. 1700-luvul pyhäilloil linnalazil oli tavannu kävellä suarih da joven toizele puolele. Tiettäväine, voisgo optimualizesti kävellä kaikki sillat yhteh kerdah, ga voibigo nenga? Sidä kyzyttih silloi jo kuulužal matemuatikol, Leonhard Euleral [11]

Euler vastai, ku aiga tyhjänpäiväine kyzymys, ga matematiekku ei täh soveldu. Pidäy ottavuo. Häi yksinkerdasti kartan *graafikse*, kus muadu vastattih čökkehet da sildoi viivat. Algu- da loppurandugi voijah olla sama, a välil olijoih paikkoih tullah da niilöis lähtietäh yhty mondu kerdua. A graafis on liigua parittoman silduluvun paikkoi. Sentäh kyzytty kävely on mahtotoi.

Onnuako ei täh kyzymykseh olis Eulerua tarvittu, a täsbo algoi uuzi matematiekan šuaru, *graafiteorii.*

Leonhard Euler (1707–1783) rodih Šveicarien Baselas v. 1707

[1] Preussilazet ollah baltilaine kanzu, kudai assimiloidui Germuanienke da vaihtoi kielen germuaniekse 1700-luvul [16]. Königsberg perustettih v. 1255, alguperäine nimi oli Twangste. Preussis da Königsbergas on äijän torattu. V. 1945 linnu liitettih Nevvostoliittoh da sit edehpäi nimeksi tuli Kaliningrad.



Kuva 2.5: Königsbergin 7 sildua da kierdokävelyt.

da kuoli Ven'an Piiteris 1783. Jo nuorennu v. 1727 händy kučuttih Piiterin akademieh. Segasorron täh vuvvennu 1741 häi siirdyi Berlinah vuodessah 1766, a tuli uvvessah Piiterih, kus häi ruadoi kuolendassah v. 1783.

Euleran aktiivine tutkijan ruado jatkui kuuzikymmen vuottu da se kattoi suuren vuitin silloi tundietus matematiekas da ielleh levitti matematiekan tiedämystä: analiizua, luguteoriedu, graafiteoriedu, logiekkua, fiziekkua, astronoumiedu i m.i. Äijän häi vedi edehpäi iellizel vuozisual Newtonan da Leibnizan alguhpanduu analiizua. Uuzi matematiekku tarviččou uuzii merkindytaboi, ku sit vois kommunikoija. Euler otti käyttöh luvun e, kudaman miärittelöy



Kuva 2.6: Leonhard Euler

$$e = \lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n \approx 2.71828$$

Täs lim tarkoittau raja-arvuo, kudamua sen peräh kirjutettu funkcii lähestyy, konzu n kazvau loputtomasti suurembakse da suurembakse. Tämän puaru on *luonnolline logaritmu* ln, kudaman miärittelöy $e^{ln(x)} = x$. Häi sežo miäritteli kompleksiluvun i, kudamale $i^2 = -1$, ts. $i = \sqrt{-1}$. Lugu π, kruugan kehän piduhus juattu diametran piduhuol. Summua Euler rubei merkiččemäh grecien kirjaimel $\sum$. Vie yksi interesnoi Eulerin ristitty konstanta oli grecien kirjain

$$\gamma = \lim_{n\to\infty}(\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{m}) - \ln(n)) \approx 0.5772$$

Uvvet merkindät tuldih käyttöh ezimerkikse *Eulerin kuavas*

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

da *Eulerin identitietas*

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

2.5 1800-luvul kohti kriizissua

Germuaniilaine matemuatikku **Leopold Kronecker** (1823–1891) kerran sanoi: "Luonnollizet luvut luadi meijän armas Jumala, kai muu on ristikanzan luajittuu". Vikse sit Karu avvutti keksimäh ynnällizet luvut, racionualuluvut, realiluvut da kompleksiluvut. Sentäh pidi keksie n-muuvvet luonnollizet konstantatgi e, i, π, γ, ...

Suas vuvves Newtonan da Leibnizan "inifinitesimualine kalkyyli" muga kiirehel levii, ku ei kerritty tarkah duumaija, midä infinitesimualine, iärettömän pieni, tarkoitti. **Augustin-Louis Cauchy**:le (1789–1857) se ei kelvannuh. Häi otti käyttöh "$\delta - \epsilon$" kurin, kudamua anualizan tutkijat nygöigi novvetah. Cauchyn tabah funkcien jatkuvus miäritelläh nenga:

> Funkcii $f(x)$ on kohtas $x = x_0$ jatkui, jesli kui tahto piendy realiluguu ϵ kohti on olemas nengoine (ϵ:as rippui) realilugu, ku $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$ ainos konzu $|x - x_0| < \delta$.

Cauchy oli ylen ahker da tulokselline tiedomies, a poliittizesti levottomah aigah häi moneh kerdah puutui ruavottomakse libo muanpagoh sentäh, ku häi ei tahtonuh andua uskollizuon kl'atvua kulloizelegi vallanpidäjäle.

Hämmästyttäy, kui pitkät juuret matemuattizil kyzymyksil, vastavuksil da metodoil voi olla. Nenga 300 v. eaa Eukleides perusti oman tutkimuksen oletuksih, kudamii häi pidi tozinnu. Ga toinah häi ei arvannuh, mittuzii ebätovelliziigi tozii hänen aksiomis (libo postuluatat) voi johtua. Hänen yhtensuundazus postuluattu kuului nenga:

> Jesli suoru viivu leikkuau kahtu suorua viivua da tämän viivan da nämien viivoi välih jiäjien kulmien summu on vähembi kahtu suorua kulmua, nämä viivat leikatah samal puolel.

Jo enämbi kahtu tuhattu vuottu matemuatikot ollah prähketty, ongo meijän "luonnolline" muailmu ainavo muailmu, kudai voijah johtua

täs postuluatas. **Carl Friedrih Gauss** v. 1813 da **Ferdinand Karl Schweikart** 1807 toine toizes rippumattah ezitettih idejoi, mittuine ebäeuklidine geometrii vois olla. Vuvvennu 1830 **Nikolai Lobačevski** da v.1832 **János Bolyai** toine toizes rippumattah jullattih tutkimus hyberbolizes geometries. Bolyai tiedi Gaussan idejat. V. 1854 **Bernhard Riemann** ezitteli mygyrän geometrien.

2.6 Paradoksat

Paradoksu tarkoittau azieloin tilua, kudai yhtelaigua on tozi da kielastus. Kai tiedo menöy arvottomakse, ku tottu ei voi eroittua kielastukses. Sentäh jo antiekan aigah filosofat opittih reššie paradoksat.

Grecieläine filosofu **Zeno** [18] (eli Eleas 490–430 eaa) keräi paradoksiloi. Levieldy tundiettu on paradoksu *Akillekses da suojussšlöpöis*. Akilles nägöy suojussšlöpöin yhten matkuyksikön piäs. Häi lähtöy juoksemah sen matkan. A sil aigua kebjeijalgaine suojussšlöpöi on juossuh puoli matkuyksikkyö edehpäi. Akilles jatkau juoksuo puoli yksikkyö. A sil aigua suojusslöpöi eistyi nelländesyksikön verran. I m.i. Ero lyhenöy a Akilles nikonzu ei tavoita suojussšlöpöidy. A kuitahto tämä ei vastua argikogemustu. Ku Zeno ellendäs geometrizen sarjan summan čotaičendua, häi čotaičis

$$\sum_{m=0}^{\infty}(\frac{1}{2})^m = 2$$

Nenga Akilles tabuau suojussšlöpöin 2 matkuyksikön juoksendal.

Toine tundiettu antiekan aijan paradoksu on **Epimenidien paradoksu**. Se on kirjutettu Biblieh Puavilan kirjazeh Titale, 1:12, karjalankielizen kiännöksen [9] mugah nenga:

> Onhäi yksi kritalazis, heijän oma ennustai, sanonuh: ‘Kritalazet ollah ainos kielahat, pahatabazet gu zvierit, täydymättömät da laškat.”

Pidäygo uskuo ennustajua vai ei, onhai häi ičegi kritalaine?

Epimenides oli histourielline hengilö. Häi eli nenga 700-600 eaa, rodih Knossokses, kučuttih Kretah, oli runoilii-filosofu, profietannugi händy piettih.

Puavil, libo ken lienne Biblien tekstan edituiččii, onnuako tiettih Epimenidien runon, kudamas anglienkielizen kiännöksen mugah [10], ielleh karjalakse kiännetys sanat mendih kudakui nenga:



Kuva 2.7: Epimenides

Hyö luajittih Sinule hauduholvi,
pyhä da korgei.
Kretalazet, ainos kielastajat,
ilgiet zvierit, laškat ahnakot.
A sinähäi et ole kuolluh,
sinä elät.
Sinun täh elämmö
da elämmö ielleh
Runos vihjatah Zeuksen kuolemattomuoh.

Nygöi Epimenidien paradoksu tundietah sežo nimel *kielastajan paradoksu*, kudamal on eri versielöi, lyhimmilläh "tämä virkeh on kielastus".

Vuvvennu 1901 brittiläine filosofu-lougikku **Bertrand Russell** (1872–1970) ezitti nengoman *Russelan paradoksan*. Luajitah joukko R luvettelois (joukkolois), kudamis ei ole tädä joukkuo iččiedäh,

$$R = \{J | J \notin J\}.$$

Ongo $R \in R$ libo $R \notin R$? Johtopiätös: Emmo öntästy paradoksah, kus sevoitetah joukot da elementat.

Bibliogruafii

[1] *Brahmagupta-Fibonacci identity.* https://en.wikipedia.org/wiki/Brahmagupta-Fibonacci_identity

[2] *Brahmagupta-Fibonacci identity.* https://en.wikipedia.org/wiki/Brahmagupta-Fibonacci_identity

[3] *History of calculus* https://my.eng.utah.edu/ cs5961/Resources/calculus.pdf

[4] *Fibonacci* https://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci

[5] *René Descartes* https://en.wikipedia.org/wiki/René_Descartes

[6] René Descartes. Discours de la methode (1637). https://fr.wikisource.org/Discours_de_la_méthode_(éd._Cousin)

[7] *La Géometrié.* https://archive.org/details/lagomtrie00descuoft

[8] *Principia Philosophiae (1644).* https://en.wikipedia.org/wiki/Principles_of_Philosophy

[9] *Uuzi Sana.* Kiändäi Zinaida Dubinina. Biblienkiännändyinstituuttu, Helsinki, 2003.

[10] *Epimenides paradox* https://en.wikipedia.org/wiki/Epimenides_Paradox

[11] *Leonhard Euler* https://en.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler

[12] *History of Mathematics.* https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_mathematics.

[13] *Gottfried Wilhelm Leibniz* https://en.wikipedia.org › wiki › Gottfried_Wilhelm_Leibniz

[14] *Leibniz-Newton controversy* https://https://en.wikipedia.org/wiki/Leibniz Newton calculus controversy

[15] *Isaac Newton* https://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton

[16] *Prussian language.* https://en.wikipedia.org/wiki/Old_Prussian_language

[17] *Blaise Pascal.* https://en.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal

[18] *Zeno's paradoxes.* https://en.wikipedia.org/wiki/Zeno's_paradoxes

Lugu 3

Fundamentu sorduu da lujittuu

Kaksi vuozisadua jatkunuon levien da syvän kazvun jälgeh matematiekan muailmu puutui ebäilyksen tilah [1]. Euklidien viijes postuluattu, libo *yhtensuuntazuspostuluattu* väitti, ku

> Viivan ulgopuolizen čökkehen kauti kulgou vaiku yksi senke yhtensuundaine viivu.

Yhtelläh Lobačevskin hyperboulizes (libo saduli-) geometries čökkehen kauti voi kulgie kaksi libo enämbi yhtensuundazii viivoi. Da Riemannan elliptizes (libo miäčči-) geometries ulgopuolizen čökkehen kauti ei voi kulgie yhtensuundazii viivoi.
Einsteinin suhteellizusteorien geometrii on hiperbouline.

3.1 Matematiekan "Zeitenwende"

3.2 Risturiijattomus, ebätävvellizys

3.3 Čotaittavus, kompleksizus

Bibliogruafii

[1] Donna Roberts. *Euclidean and Non-Euclidean Geometry* https://onlinecampus.fcps.edu/media2/math/GeometryHonors/unit_14/1300/1302/Euclidean and Non-Euclidean Geometry.htm

99

Lugu 4

Tiedokonehen roindu

4.1 Mehuanine tiedokoneh, analougine tiedokoneh

4.2 Digitualine tiedokoneh: Butkitiedokoneh, mikropiirit

4.3 Kvantutiedokoneh

Lugu 5

Internettu

5.1 Telefon, modemu, sähköpoštu

5.2 Internetan roindu

Lugu 6

SoMe: Rahvas puuttuu verkoh

6.1 PC – popul'arnoi tiedokoneh

6.2 kodisivut, eččokoneh

6.3 Some da monopolat; suat palveluloi ilmai = sinuu myvväh

Lugu 7

Tegoäly – pahoiellendetty huaveh

7.1 Tegoäly – hajuu vai kuarua?

7.2 Laskin, tiedokoneh, datakeskukset

7.3 Tiijon eččo tiedokannois

7.4 Lougielline piättely: 5. sugupolvi, azientundijusistiemat

7.5 Luonnollizen kielen ellendämine

7.6 Konehoppimine

7.7 Äly vai viizahus?

Lugu 8

Tiedokonehen tulii aigu

8.1 Supertiedokoneh

8.2 Rinnakkaistiedokoneh

8.3 Kvantutiedokoneh

8.4 ???

Lugu 9

Loppusanat

9.1 Elä usko kaikkie, midä kylil paistah?